

## SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS

Octávio Guimarães - MiningMath Associates - octavio.guimaraes@miningmath.com

Alexandre Marinho - MiningMath Associates - alexandre.marinho@miningmath.com

### RESUMO

Este artigo visa comparar resultados de três tecnologias utilizadas para sequenciamento de lavra aplicado a minas a céu aberto. No primeiro método, a sequência de lavra é otimizada diretamente a partir do modelo de blocos através de Programação Inteira Mista (MIP). No segundo método, o sequenciamento direto de blocos ocorre através de um método híbrido composto de MIP e heurísticas. Resultados são comparados com o amplamente aceito algoritmo de Lerchs-Grossman com cavas aninhadas. As vantagens e limitações de cada método são comparadas através de exemplos utilizando um depósito de cobre e ouro bem conhecido. O sequenciamento direto de blocos se mostra como alternativa de valor econômico superior, dispensando as etapas de otimização de cava, geração de cavas aninhadas e otimização de teor de corte.

**Sequenciamento direto de blocos; planejamento de lavra; otimização de cava; mina a céu aberto.**

### ABSTRACT

The purpose of the paper is to compare results of three technologies used for production scheduling as applied to open pit mining. In the first method, the mining sequence is directly optimised from the block model as a Mixed Integer Program (MIP). In the second method, the direct block scheduling is performed as a hybrid approach using MIP and heuristics. Results are compared using the widely accepted Lerchs-Grossman Nested Pit algorithm. The advantages and limitations of each method are compared by providing examples taken from a well-known Copper-Gold deposit. Direct block scheduling has proven to be an alternative with higher economic value, avoiding the steps of pit optimization, nested pits and cutoff grade optimization.

**Direct block scheduling; mine planning; pit optimization; open pit.**

## INTRODUÇÃO

Para que proprietários, gestores, equipe técnica e investidores sejam capazes de tomar decisões relacionadas ao futuro de um projeto de mineração, é necessário que sejam produzidas projeções da evolução física das minas envolvidas no projeto, com consequentes resultados econômicos. Um depósito mineral é representado computacionalmente por um conjunto de blocos em três dimensões; conhecido como modelo de blocos. Planejadores de mina são responsáveis por decidir quais blocos serão lavrados, quando e qual destino dar a esses blocos. A necessidade de se tomar esse conjunto de decisões é conhecida como o Problema de Sequenciamento de Lavra.

Considerando a complexidade computacional para que seja gerado um sequenciamento de lavra ótimo diretamente a partir de um modelo de blocos de recursos, desenvolvimentos históricos, acadêmicos e comerciais, guiaram planejadores de lavra a obter sequenciamentos de lavra em etapas: cava final com cavas aninhadas; fases de lavra; sequenciamento operacional; blendagem; otimização de teor de corte; pilhas de estoque; etc. Tais etapas fazem parte de uma visão mais ampla, conhecida como Planejamento de Lavra Estratégico (King, 2009 [1]; Whittle, 2007 [2]). Considerando que cada um desses passos é obtido separadamente, não há garantia de que o resultado final terá valor econômico ótimo, mesmo que cada uma das etapas seja executada de maneira ótima.

Modelos para sequenciamento direto de blocos existem há décadas (Johnson, T. B., 1968 [3]), mas as dificuldades computacionais impediam a aplicação dessas técnicas em modelos reais de grande porte. Com os recentes avanços tecnológicos na área computacional, incluindo melhorias nos processadores, tecnologia 64 bits, processamento paralelo, dentre outras, além da evolução dos algoritmos, técnicas para sequenciamento direto de blocos vêm se tornando mais atraentes (Jelvez et al., 2012 [4]), pela capacidade de eliminação de etapas de processamento e a possibilidade de ganhos econômicos superiores aos padrões permitidos por tecnologias tidas como padrão de mercado (Lerchs and Grossmann, 1965 [5]; Whittle, 1999 [6]).

O presente artigo utiliza como base o depósito Marvin, disponível como exemplo a partir da instalação do software GEOVIA Whittle (Whittle, 1998 [7]). Esse mesmo depósito encontra-se disponível no repositório de dados MineLib (Espinoza et. al., 2013 [8]). Pesquisadores da Universidad Adolpho Ibañez apresentaram um estudo comparativo entre execuções do software Whittle e sua solução de sequenciamento direto de blocos, chamada DIRECT-IP (Goycoolea et. al., 2013 [9]). Resultados desse artigo serão comparados com uma

execução adicional detalhada do software Whittle, seguido por uma comparação com o software MiningMath SimSched ([miningmath.com/software](http://miningmath.com/software)) [10], que também atua com sequenciamento direto de blocos.

## **CASO BASE**

Nesta seção, o depósito Marvin é apresentado e todos os estudos para que seja obtido um sequenciamento de lavra são desenvolvidos nos moldes tradicionais, acompanhado de conceituação teórica e fazendo uso do software Whittle, tido como uma forte referência de mercado.

### **Depósito Marvin**

O modelo de blocos do depósito Marvin disponível no MineLib possui uma simplificação em relação ao original, que foi mantida para viabilizar as comparações. No processo de simplificação do modelo, os blocos passaram a ter somente uma litologia (predominante), bem como um teor médio, implicando em um aumento da diluição, que pode ser observado na Figura 1 juntamente com os teores de Au e Cu no nível 11 do modelo original e do modelo simplificado, respectivamente. As estatísticas dos modelos são também apresentadas na Figura 1.

## Modelo de blocos Original

Block Model : Marvin block model				
Description				
Dimensions				
Tonnage Regions				
Formats				
Summary				
Report				
Messages				
<b>Rock-types present in entire model file:</b>				
Num.	Rock-Type	tonne		
1	MX	168336590		
2	OX	22429972		
3	PM	206179540		
<b>Elements present in entire model file:</b>				
Num.	Element	Total Units	Min.Grade	Max.Grade
1	Au	188822804	0,01	2,62
2	Cu	199688832	0,03	2,12

## Modelo de blocos simplificado

Block Model : Block Model 30x30x30m				
Description				
Dimensions				
Tonnage Regions				
Formats				
Summary				
Report				
Messages				
<b>Rock-types present in entire model file:</b>				
Num.	Rock-Type	tonne		
1	1	3186618228		
<b>Elements present in entire model file:</b>				
Num.	Element	Total Units	Min.Grade	Max.Grade
1	Cu	199688818	0	1,4637
2	Au	188822787	0	1,4167

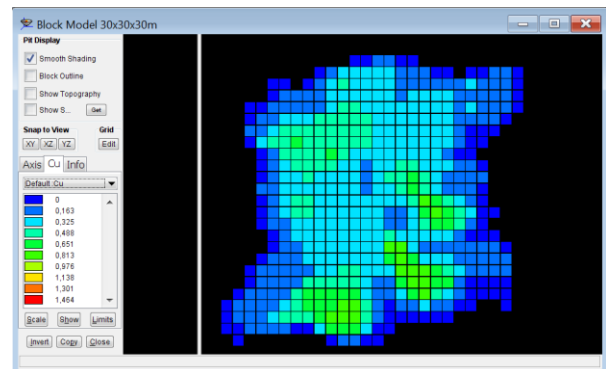
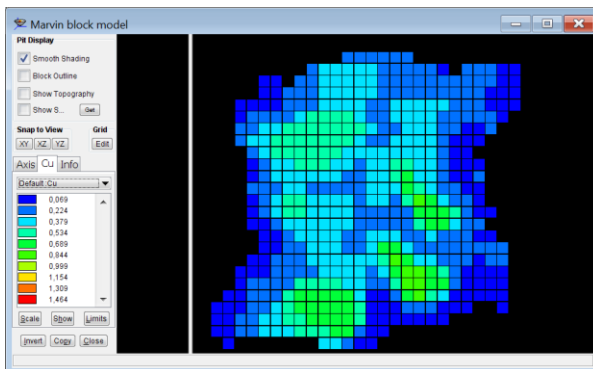
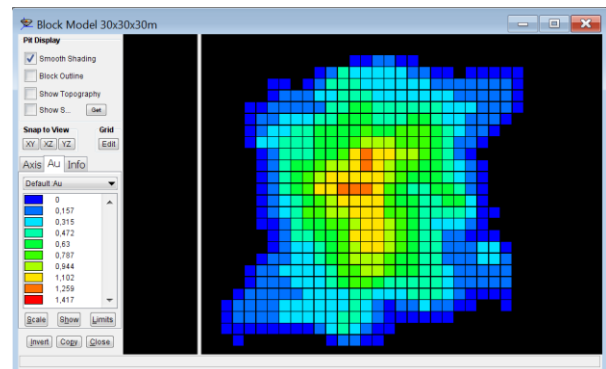
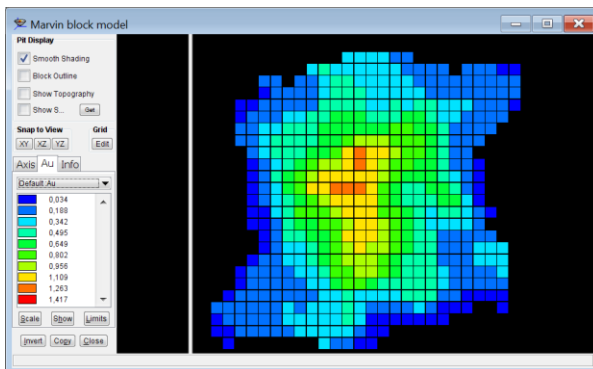


Figura 1: Simplificação do modelo de blocos original

## Cava final e cavas aninhadas

Uma cava calculada com um conjunto de valores fixos tornar-se-á obsoleta com o passar do tempo, quando os preços ou os custos sofrerem mudanças. Para acomodar as mudanças nos valores dos blocos, a “análise dos limites da cava” é praticada. Nessa análise, os parâmetros econômicos são sistematicamente modificados, um de cada vez, e uma cava é projetada após cada mudança. Tem-se então uma série de cavas onde cada uma possui seu próprio potencial de ser minerada, sob condições econômicas específicas. De fato, a análise de projetos de cava nada mais é do que uma parametrização respeitando os parâmetros econômicos (Wang and Sevim, 1995 [11]).

A seleção da cava final dependerá das principais diretrizes que o tomador de decisão precisa definir, tais como, maximização dos recursos ou maximização do valor econômico. Além disto, o uso de restrições geométricas no sequenciamento de lavra como fundo mínimo de cava, distância entre as fases de lavra e número de bancos lavrados por período podem alterar a definição da cava final, dependendo dos objetivos a serem alcançados (Hanson et al., 2001 [12]).

Uma possível abordagem para a definição de um sequenciamento com uso do algoritmo de Lerchs-Grossmann e, conseqüentemente, definição da cava final é a geração de cavas aninhadas através da variação dos preços dos bens minerais de uma jazida conforme ilustrado na Figura 2.

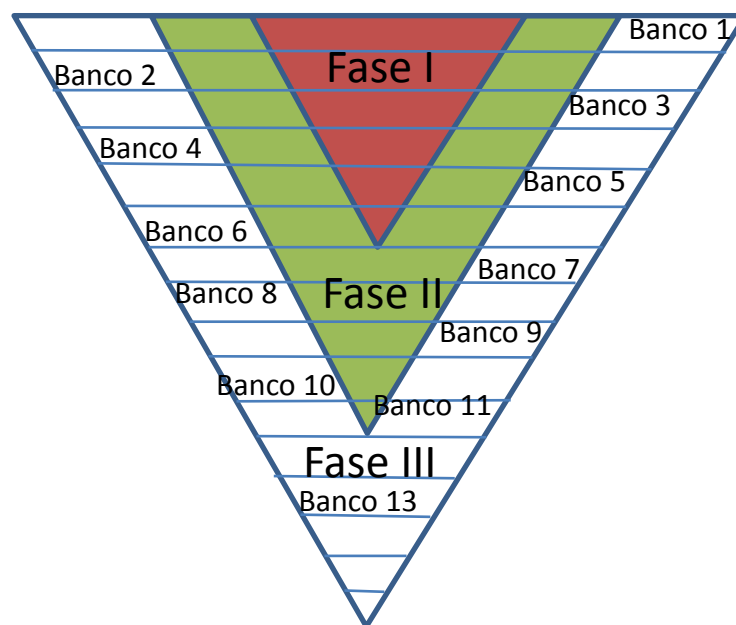


Figura 2: Ilustração de três cavas aninhadas, representando fases de lavra.

Nesta figura, foram geradas três fases, sendo que a Fase II somente será lavrada após a exaustão da Fase I, e a Fase III após a exaustão da Fase II. Para cada fase existe um fator de receita, sendo o que o fator 1 corresponde ao preço final do cenário simulado, e as fases I e II correspondem a um fator entre 0 e 1, sendo que a Fase II possui um preço maior que a Fase I.

Para a geração destas fases, tem-se como restrição os ângulos de talude que são definidos de acordo com o comportamento geomecânico do maciço. Para o depósito Marvin, foi utilizado um ângulo geral médio de 45 graus e erro médio de 0,9 graus. O controle deste erro no Whittle é feito através da definição do número de bancos que serão utilizados para a

definição das precedências entre os blocos, que neste caso foram de oito bancos, que geraram 792.416 arcos.

Como o resultado do valor presente líquido é sensível aos valores do início do fluxo de caixa é muito importante definir os primeiros fatores de receita de modo a se obter valores múltiplos aos limites de produção de minério, que neste caso foi de 20Mt por ano. Este processo é feito por tentativa e erro e se o modelo de blocos for grande pode demandar um tempo significativo.

A Tabela 1 apresenta os principais parâmetros utilizados para geração da cava final e sequenciamento de lavra:

Tabela 1: Parâmetros de cálculo cava final

Custo de mina:	0.9 \$/t
Custo de remanuseio:	0.2\$/t
Custo de processo:	4.0\$/t
Recuperação Cu	88%
Recuperação Au	60%
Preço/Custo Venda Au	12.0/0.2 \$/g
Preço/Custo Venda Cu	20.0/7.2 \$/10kg
Taxa de desconto	10% ao ano

Uma vez determinado o fator de receita inicial, por tentativa e erro, pode-se gerar até 100 cavas aninhadas no Whittle. Neste caso, foram geradas 85 e os resultados em termos de massas e fluxo de caixa são apresentados na Tabela 2. A cava com fator igual a 1 corresponde à cava de número 85, que possui 308,3Mt de massa de minério e 1415,7M\$ de valor não-descontado.

Tabela 2: Resultados das cavas aninhadas do Whittle.

Cava	Fator Receita	Fluxo de caixa não-descontado (M\$)	Minério (Mt)	Estéril (Mt)	Cava	Fator Receita	Fluxo de caixa não-descontado (M\$)	Minério (Mt)	Estéril (Mt)	Cava	Fator Receita	Fluxo de caixa não-descontado (M\$)	Minério (Mt)	Estéril (Mt)
1	0.566	386.7	70.0	7.9	30	0.691	1218.0	225.0	91.5	59	0.859	1392.3	283.9	169.5
2	0.570	519.6	91.4	12.7	31	0.700	1241.5	230.8	97.9	60	0.863	1397.4	287.3	175.2
3	0.575	531.5	93.5	13.0	32	0.712	1249.3	232.9	100.5	61	0.867	1397.5	287.4	175.2
4	0.579	585.0	102.3	16.0	33	0.717	1256.0	234.9	102.3	62	0.872	1399.0	288.4	177.5
5	0.583	651.6	113.7	19.0	34	0.721	1259.7	235.8	103.5	63	0.876	1401.3	290.1	179.6
6	0.588	697.5	121.4	21.4	35	0.725	1262.0	236.4	104.3	64	0.885	1401.9	290.6	180.2
7	0.592	709.2	123.4	22.2	36	0.730	1289.7	244.3	114.0	65	0.889	1404.2	292.5	183.9
8	0.596	751.1	130.4	26.0	37	0.734	1292.2	245.1	114.7	66	0.898	1404.3	292.6	183.9
9	0.600	787.0	136.7	28.4	38	0.738	1310.9	251.1	121.5	67	0.902	1404.6	293.0	184.4
10	0.605	794.2	137.9	29.1	39	0.743	1316.9	253.2	123.7	68	0.906	1407.9	295.9	192.2
11	0.609	836.8	145.9	31.9	40	0.751	1323.8	255.3	126.4	69	0.911	1408.4	296.5	193.8
12	0.613	899.7	157.3	39.1	41	0.755	1334.1	258.7	130.9	70	0.915	1409.2	297.2	195.5
13	0.618	906.0	158.3	39.6	42	0.760	1335.3	259.1	131.4	71	0.923	1411.1	299.5	199.5
14	0.622	916.7	160.3	41.0	43	0.768	1335.6	259.2	131.4	72	0.928	1411.3	299.9	200.0
15	0.626	932.1	163.0	43.1	44	0.773	1336.9	259.6	132.6	73	0.932	1413.2	302.6	205.5
16	0.631	980.8	172.4	49.0	45	0.777	1338.3	260.1	133.4	74	0.936	1413.7	303.1	207.6
17	0.635	985.9	173.4	49.3	46	0.781	1356.4	267.0	144.2	75	0.945	1413.7	303.3	207.6
18	0.639	1019.1	180.4	54.3	47	0.786	1359.7	268.4	145.6	76	0.949	1414.2	304.3	209.5
19	0.644	1046.9	185.9	58.2	48	0.794	1360.5	268.8	146.0	77	0.954	1414.7	305.3	211.4
20	0.648	1050.6	186.7	58.6	49	0.799	1362.5	269.7	147.3	78	0.958	1415.1	306.2	212.6
21	0.652	1079.8	192.8	62.8	50	0.803	1367.2	271.9	150.0	79	0.962	1415.5	307.2	214.7
22	0.656	1080.7	193.1	62.8	51	0.807	1371.9	274.2	152.0	80	0.967	1415.5	307.3	214.7
23	0.661	1109.5	199.5	68.0	52	0.811	1378.2	277.0	156.2	81	0.975	1415.5	307.4	214.7
24	0.665	1114.2	200.4	69.1	53	0.820	1385.5	280.2	164.0	82	0.979	1415.6	307.5	215.3
25	0.669	1123.2	202.7	70.4	54	0.824	1385.7	280.4	164.0	83	0.984	1415.6	307.6	215.5
26	0.674	1153.1	209.5	77.6	55	0.829	1386.6	280.7	165.3	84	0.992	1415.6	307.8	216.1
27	0.678	1156.0	210.2	78.5	56	0.833	1390.7	282.8	168.3	85	0.997	1415.7	308.3	217.3
28	0.682	1193.7	218.9	86.0	57	0.8373	1391.5	283.4	168.7					
29	0.687	1198.5	220.0	86.9	58	0.8502	1392.1	283.8	169.5					

### Definição de fases de lavra

Após a definição de cavas aninhadas, é necessário que sejam definidas fases de lavra, também conhecidas como *pushbacks*. Essas fases têm como um de seus objetivos principais definir condições operacionais favoráveis para as etapas seguintes de sequenciamento de lavra. Para isso, algumas das cavas aninhadas são selecionadas pelo usuário, ou pelo software através do algoritmo Milawa NPV. Posteriormente, o software Whittle manipula as superfícies escolhidas para que as mesmas atendam a um critério de largura mínima entre fases.

Os autores reconhecem a importância de que resultados operacionais sejam obtidos, visto que um resultado teórico ótimo não possui valor se não puder ser reproduzido na prática. Porém, considerando o alto grau de subjetividade em relação às decisões operacionais entre os diferentes softwares e o objetivo de dar liberdade para que seja atingido o maior valor econômico possível com uso de cada tecnologia, foi decidido que parâmetros operacionais seriam ignorados nesse estudo. Portanto, todas as cavas aninhadas foram consideradas como fases de lavra, sem a exigência de uma largura mínima entre fases.

## Sequenciamento de lavra

Conforme resultados obtidos e apresentados na Tabela 2, a primeira cava já engloba mais de dois anos de produção, uma alternativa para tentar diminuir o volume da primeira cava é a utilização de um fator de custo de mina (MCAF) para diferenciar os custos de mina associados aos blocos. Essa alternativa foi tentada, mas não foram obtidas melhorias de valor no caso do depósito em estudo.

A partir das cavas aninhadas obtidas, foi calculado o sequenciamento chamado de 'melhor caso' (best case) considerando as restrições de 20 milhões de toneladas por ano de alimentação na planta de concentração do minério e 60 milhões de toneladas por ano de movimentação total na mina. O melhor caso é obtido quando as cavas aninhadas são exauridas sequencialmente. A Figura 3 apresenta uma seção vertical e uma seção horizontal do sequenciamento obtido, com blocos coloridos de acordo com os períodos em que são lavrados. O sequenciamento retornou um valor presente líquido para o projeto de 758,6M\$, sendo necessários 16 períodos de lavra, conforme detalhado na Tabela 3.

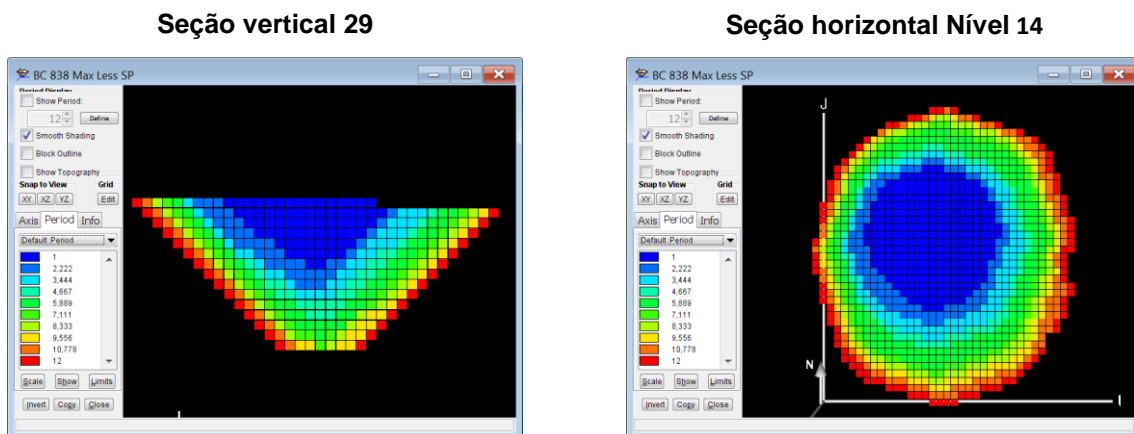


Figura 3: Visualização do sequenciamento melhor caso do Whittle em seções.



Tabela 3: Resultados do sequenciamento melhor caso do Whittle.

Período	Massa (Mt)		Fluxo sem desconto (M\$)	Fluxo com desconto (M\$)
	Minério	Estéril		
1	20.0	7.8	34.2	31.0
2	20.0	0.1	92.0	76.0
3	20.0	0.0	142.7	107.2
4	20.0	4.8	139.5	95.3
5	20.0	3.3	150.4	93.4
6	20.0	5.4	125.5	70.8
7	20.0	10.3	110.3	56.6
8	20.0	9.3	119.9	55.9
9	20.0	13.3	102.3	43.4
10	20.0	14.8	93.7	36.1
11	20.0	17.8	88.1	30.9
12	20.0	27.1	64.7	20.6
13	20.0	19.5	74.5	21.6
14	20.0	30.6	45.9	12.1
15	20.0	39.9	24.3	5.8
16	8.3	13.3	7.7	1.8
<b>TOTAL</b>	<b>308.5</b>	<b>217.3</b>	<b>1415.7</b>	<b>758.6</b>

### Otimização de teor de corte

Teor de corte pode ser definido como sendo a quantidade mínima que um produto ou metal por unidade de massa deve conter para ser enviado a um processo de concentração. Esta definição é utilizada para distinguir se este material será lavrado ou não e, se for, qual será o seu destino: pilha de estéril, pilha de minério ou planta de concentração. Os teores de corte são calculados comparando-se custos e receitas, portanto definem o valor de um empreendimento mineiro e sua vida útil. O objetivo da otimização de teor de corte comumente mais aceito é a maximização do valor presente líquido (Rendu, 2008 [13]).

O Whittle utiliza um algoritmo específico de otimização de teor de corte que está descrito em (Whittle and Wharton, 1995 [14]). Para obter melhores resultados é necessário incluir pilhas que possam estocar material de mais baixo teor que são retomados posteriormente, buscando favorecer um melhor fluxo de caixa. A definição destas pilhas através de teores mínimos e máximos é um processo iterativo e demanda certo conhecimento prévio do depósito.

Os resultados reportados no MineLib são de execuções que otimizam os destinos dos blocos. Portanto, no case base do Whittle foi considerada essa etapa de otimização de teor

de corte, mas sem uso de estoques. Isso significa que blocos mais pobres podem ser descartados para permitir que blocos mais ricos sejam processados de maneira antecipada.

Uma alternativa para otimização do teor de corte no Whittle é a definição manual dos teores mínimos a serem utilizados. Ou seja, o usuário define os teores de corte e, por tentativa e erro, verifica quais configurações agregam mais valor ao projeto. Para o estudo em questão os valores utilizados foram 0.6 %m para Cu e 0.8 g/t para Au.

Os resultados após esta etapa de aprimoramento do sequenciamento estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Resultados do sequenciamento do Whittle após otimização de teor de corte.

Período	Massa (Mt)		Fluxo sem desconto (M\$)	Fluxo com desconto (M\$)
	Minério	Estéril		
1	20.0	16.9	58.8	53.4
2	20.0	0.4	117.9	97.4
3	20.0	0.0	192.1	144.3
4	20.0	8.7	144.7	98.8
5	20.0	13.1	133.8	83.1
6	20.0	14.7	133.0	75.1
7	20.0	21.0	126.5	64.9
8	20.0	18.0	121.3	56.6
9	20.0	28.0	101.1	42.9
10	20.0	32.4	89.6	34.5
11	20.0	35.3	74.1	26.0
12	20.0	46.9	51.2	16.3
13	5.4	17.9	6.7	2.1
<b>TOTAL</b>	<b>245.4</b>	<b>253.5</b>	<b>1350.7</b>	<b>795.4</b>

### Pilha de estoque

Como resultado extra, foi considerado um caso com uso de pilhas de estoque. Para este estudo foram utilizadas quatro pilhas, duas considerando os teores de Cu e outras duas considerando os teores de Au. A Tabela 5 contém os limites considerados.

Tabela 5: Parâmetros das pilhas de minério.

Pilha	Teores
Au 1	0.28 < Au <= 0.6
Au 2	Au > 0.6
Cu 1	0.2 < Cu <= 0.27
Cu 2	Cu > 0.27

A definição destes limites é função dos teores de corte calculados de acordo com os valores de diluição, recuperações, custos de processo e vendas, bem como os preços de venda de cada metal. Essas classes são definidas de acordo com a experiência do usuário, ou por tentativa e erro. A Tabela 6 contém os resultados do sequenciamento obtidos pelo Whittle com o uso do otimizador de teor de corte incluindo pilhas.

Tabela 6: Resultados do sequenciamento do Whittle após a inclusão de pilhas de estoque.

Período	Massa (Mt)		Fluxo sem desconto (M\$)	Fluxo com desconto (M\$)
	Minério	Estéril		
1	20.0	5.6	97.0	88.1
2	20.0	0.0	194.0	160.3
3	20.0	7.5	167.0	125.5
4	20.0	11.8	151.0	103.1
5	20.0	10.9	138.8	86.2
6	20.0	17.7	121.6	68.6
7	20.0	18.5	109.0	55.9
8	20.0	19.3	77.4	36.1
9	20.0	22.6	70.0	29.7
10	20.0	23.0	63.7	24.6
11	20.0	32.7	38.4	13.5
12	19.7	35.6	18.9	6.0
<b>SUBTOTAL</b>	<b>239.7</b>	<b>205.3</b>	<b>1246.7</b>	<b>797.6</b>
ESTOQUE	12	0.3	-	0.3
	13	20.0	-	75.0
	14	20.0	-	35.4
	15	20.0	-	35.4
	16	5.2	-	6.2
<b>TOTAL</b>	<b>305.2</b>	<b>205.3</b>	<b>1399.0</b>	<b>838.7</b>

Para este estudo, houve retomada das pilhas somente ao final da vida útil das cavas.

Um valor presente líquido ligeiramente superior foi encontrado considerando uma cava menor, com um fator de receita 0.92, conforme Tabela 7. Essa cava foi escolhida por tentativa e erro, através da execução de diversos sequenciamentos com cavas que

possuem valor de receita menor do que 1. Esse resultado reforça a afirmação de que a cava que possui melhores resultados econômicos não necessariamente é a cava que possui maior valor no fluxo de caixa não-descontado. Note que o fluxo de caixa acumulado da cava final (fator de receita = 1) é de 1415,6M\$ (Tabela 3), contra 1393,9M\$ (Tabela 7), que retornou o maior valor presente líquido reportado pelo Whittle (839,5M\$).

Tabela 7: Resultados com otimização teor de corte e uso de pilhas Whittle.

Período	Massa (Mt)		Fluxo sem desconto (M\$)	Fluxo com desconto (M\$)	
	Minério	Estéril			
1	20.0	5.6	97.1	88.2	
2	20.0	0.0	194.7	160.9	
3	20.0	7.5	166.6	125.2	
4	20.0	11.8	150.5	102.8	
5	20.0	12.2	138.4	85.9	
6	20.0	16.3	122.9	69.4	
7	20.0	26.2	103.0	52.9	
8	20.0	14.1	89.9	42.0	
9	20.0	21.9	69.2	29.3	
10	20.0	25.2	55.3	21.3	
11	20.0	32.8	35.7	12.5	
12	8.1	14.8	24.7	7.9	
<b>SUBTOTAL</b>	<b>228.1</b>	<b>188.5</b>	<b>1248.0</b>	<b>798.3</b>	
<b>ESTOQUE</b>	12	11.9	-	36.0	11.5
	13	20.0	-	48.8	14.1
	14	20.0	-	35.9	9.5
	15	15.8	-	25.1	6.1
<b>TOTAL</b>	<b>295.8</b>	<b>188.5</b>	<b>1393.9</b>	<b>839.5</b>	

Percebe-se que, neste caso, houve redução da vida útil de 15,3 para 14,8 períodos e uma menor relação estéril/minério de 0,86 para 0,83t/t. Além de possuir um valor presente líquido ligeiramente superior, esta cava, por estar associada a um preço menor dos metais (Au e Cu), possui um risco menor. Em contrapartida, esta opção possui uma quantidade de metal recuperada menor. A decisão de seleção da cava final fica condicionada as prioridades definidas pelo tomador de decisão, ou seja, valor, risco, quantidade de recurso, etc.

## SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS

Nesta seção são apresentados os procedimentos e parâmetros necessários, bem como os resultados obtidos pelos pesquisadores da Universidade Adolpho Ibañes (algoritmo

DIRECT-IP) para sequenciamento desse mesmo depósito. Em seguida, o software SimSched é utilizado a partir das mesmas bases.

Ambas as técnicas propõem o sequenciamento direto de blocos, cujo objetivo é partir diretamente do modelo de blocos de recursos e gerar um sequenciamento de lavra otimizado, sem a necessidade de se passar pelas etapas descritas na seção anterior.

O presente artigo propõe uma abordagem textual que não exija conhecimento técnico profundo do leitor. Para acesso a descrições mais detalhadas dos métodos em questão os autores sugerem a leitura das referências fornecidas.

### **Algoritmo DIRECT-IP**

O algoritmo DIRECT-IP, utilizado em Goycoolea et. al. (2013) [9], é baseado em técnicas de Programação Inteira Mista (MIP). Algoritmos desenvolvidos nessas bases são capazes de incluir quaisquer restrições aditivas (produções, horas de equipamento, distâncias de transporte, etc.) e múltiplas restrições de blendagem, enquanto o algoritmo de Lerchs-Grossmann é limitado a ângulos de talude e valores econômicos. Essa flexibilidade permite que problemas mais complexos sejam tratados em uma única etapa de otimização, abrindo a possibilidade para que soluções de maior valor econômico sejam encontradas, visto que não há etapas encadeadas e interdependentes, como apresentado na seção anterior. O presente artigo não incluirá restrições adicionais, com o objetivo de se manter uma comparação quantitativa justa entre as tecnologias.

Algoritmos baseados em MIP são capazes não somente de decidir quais blocos lavar e quando devem ser lavrados, mas também decidir se cada bloco deve ou não ser processado (otimização de destinos).

Portanto, uma otimização baseada em MIP é capaz de otimizar teores de corte ao mesmo tempo em que o sequenciamento é definido, e de maneira ótima, retirando do usuário a responsabilidade de possuir esse conhecimento avançado e economizando o tempo de configuração dos parâmetros necessários para uso do software Whittle, ou similar.

O algoritmo DIRECT-IP, para o estudo de caso em questão, retornou o um valor presente líquido de 886,0M\$, conforme reportado na biblioteca MineLib (<http://mansci-web.uai.cl/minelib/marvin.xhtml>). Porém, os resultados lá apresentados, consideram a taxa

de desconto aplicada somente a partir do 2º período de lavra, diferentemente dos demais resultados reportados neste artigo. Nas conclusões todos os resultados serão apresentados nas mesmas bases.

Por se tratar de uma aplicação com uso apenas de MIP, o DIRECT-IP é capaz de calcular um limite superior para o valor presente líquido do projeto. É impossível encontrar uma solução acima desse limite superior. A distância percentual de uma solução qualquer para o limite superior é conhecida na literatura como “gap” (Wolsey, 1998 [15]). O limite superior reportado no MineLib para o sequenciamento dessa base de dados, sem uso de pilhas de estoque, é de 911.7M\$. Portanto, o gap da solução do DIRECT-IP é de 2.8% ( $= 100\% - 886.0 / 911.7$ ).

### **Software SimSched**

O SimSched é também baseado em MIP com a adição de heurísticas proprietárias. Seu modelo matemático faz uso de superfícies, para controle dos ângulos de talude (Beretta and Marinho, 2014 [16]; Goodwin et al., 2005 [17]; Marinho, 2013 [18]) e possui a mesma flexibilidade do algoritmo DIRECT-IP.

Em uma única execução, o otimizador retorna um sequenciamento completo, com otimização de teor de corte e a retomada de uma pilha ao final da vida útil da mina. Conforme resumo de massas e valores econômicos da Tabela 8.

Tabela 8: Resultados do SimSched com e sem o uso de pilhas de estoque.

Período	Massa (Mt)		Fluxo sem desconto (M\$)	Fluxo com desconto (M\$)
	Minério	Estéril		
1	20.0	9.4	118.6	107.8
2	20.0	9.5	138.1	114.1
3	20.0	8.9	149.2	112.1
4	20.0	12.4	155.8	106.4
5	20.0	11.8	133.8	83.1
6	20.0	14.3	131.4	74.2
7	20.0	17.1	123.5	63.4
8	20.0	17.0	111.9	52.2
9	20.0	24.1	85.1	36.1
10	20.0	20.3	89.2	34.4
11	20.0	26.2	68.8	24.1
12	20.0	35.1	45.2	14.5
13	20.0	38.9	22.4	6.5
14	3.3	5.9	0.4	0.2
<b>SUBTOTAL</b>	<b>263.3</b>	<b>251.0</b>	<b>1373.5</b>	<b>829.1</b>
ESTOQUE	14	16.7	-	19.5
	15	20.0	-	23.3
	16	3.8	-	4.4
<b>TOTAL</b>	<b>303.8</b>	<b>210.5</b>	<b>1420.7</b>	<b>841.9</b>

O valor presente líquido (fluxo com desconto) do projeto encontrado pelo SimSched, sem uso de uma pilha de estoque, é de 829.1M\$, considerando taxa de desconto aplicada desde o 1º período. Com a inclusão de uma pilha de 40,5Mt, sendo retomada a partir do 14º período de lavra, o valor presente líquido passa para 841,9M\$.

Note que a massa estocada seria classificada como estéril, caso não houvesse a pilha de estoque, o que indica que o algoritmo descartou blocos de valor marginal para antecipar o acesso a blocos de maior valor. Esse conceito é equivalente à otimização de teor de corte proposta pela Teoria de Lane (Lane, 1988 [19]; Lane, 1997 [20]), com o diferencial de que algoritmos baseados em MIP conseguem antecipar minério de alta qualidade com uso de um modelo matemático de otimização que dispensa a definição de teores de corte. O próprio otimizador decide o destino para o qual cada bloco deve ser enviado, e não o usuário, ou o próprio software. Os resultados apresentados comprovam que estocar, ou até descartar, minério de baixa qualidade pode trazer maior valor econômico para o projeto.

## CONCLUSÕES

Para manter as mesmas bases na comparação, todos os resultados de Whittle e SimSched, apresentados nas seções anteriores, foram adaptados para aplicação da taxa de desconto a partir do 2º período de lavra, do mesmo modo como está reportado na biblioteca MineLib. Os fluxos de caixa descontados, bem como os 'gaps' para o limite superior, são apresentados na Tabela 9, incluindo os resultados do Whittle reportados em Goycoolea et. al. (2013) [9], referenciados aqui como 'Whittle - MineLib'.

Tabela 9: Comparativo dos valores presentes líquidos e 'gap' obtidos pelos algoritmos.

Execução	Fluxo com desconto a partir do 2o período (M\$)	Distância do limite superior GAP
Whittle - MineLib	881.4	3.3%
Whittle - Apresentado	874.9	4.0%
DIRECT-IP	886.0	2.8%
SimSched	911.1	0.1%
Limite superior - MineLib	911.7	0.0%

Todos os resultados são próximos e aceitáveis em termos de valor, se consideradas as incertezas futuras associadas a um projeto de mineração e os erros associados a outras etapas da preparação de dados e da avaliação econômica. Porém, vale ressaltar a simplicidade dessa base de dados e de seus parâmetros de sequenciamento. A competência de cada algoritmo/software para obter resultados superiores varia caso a caso.

Os resultados obtidos com uso do Whittle (Apresentado e MineLib) são próximos, mas variam de acordo com o usuário, dadas as decisões tomadas e testes definidos pelo mesmo ao longo das etapas. O nome 'Best Case' indica apenas o melhor resultado que aquele usuário foi capaz de obter com uso do Whittle, não se tratando de um valor máximo atingível, como é erroneamente tido por muitos na indústria.

O valor presente líquido obtido pelo DIRECT-IP é 0,5% superior à melhor solução do Whittle e 2,8% inferior à solução do SimSched, que apresentou o maior valor presente líquido para o projeto, dentre as execuções comparadas. Pode ser demonstrado que é impossível encontrar um sequenciamento com valor presente líquido acima de 911.7M\$; o SimSched foi capaz de encontrar uma solução viável a 0.1% desse valor.

O tempo de processamento de todas as etapas do Whittle (uma execução) e da etapa única do SimSched ocorreram ambos em menos de 5 minutos, em um laptop com processador



Intel i7. Os tempos para preparação dos arquivos, testes e preenchimento de parâmetros não foram computados. Para o Whittle, foram necessários diversos testes em cada etapa, conforme reportado. O SimSched foi executado uma única vez. Os tempos para execução do DIRECT-IP não foram publicados, mas a existência de um 'gap' de 2.8% indica que o software foi interrompido pelo usuário, que não permitiu a possível evolução do algoritmo para soluções de maior valor (menor gap).

Se considerado o uso de estoques com retomada ao final da vida útil da mina, o melhor resultado obtido pelo Whittle atingiu valor presente líquido de 839,5M\$, contra 841,9M\$ obtido pelo SimSched, considerando taxa de desconto aplicada desde o 1º período.

Os algoritmos para sequenciamento direto de blocos mostraram-se competentes para retornar soluções de valor econômico equivalente ao uso de técnicas tradicionais para casos não-operacionais. Em trabalhos futuros, os autores pretendem comparar algoritmos de sequenciamento direto de blocos e tradicionais aplicados com restrições operacionais.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

**[1]** King, B. (2009). Optimal mining principles. In, Advances in orebody modelling and strategic mine planning I, AusIMM Spectrum Series 17, 1st Edition, pp. 7-11.

**[2]** Whittle, G. (2007). Global asset optimisation. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum Series, 14, pp. 331-336.

**[3]** Johnson, T. B. (1968). Optimum open pit mine production scheduling. PhD thesis, Operations Research Department, University of California, Berkeley, May 1968.

**[4]** Jelvez, E., Morales, N., Peypouquet, J., Reyes, P. (2012). Algorithms based on aggregation for the open pit block scheduling problem, in MININ 2012, Santiago, Chile.

**[5]** Lerchs, H. and Grossmann, L.F. (1965). Optimum Design of Open Pit Mines, Canadian Institute of Mining Bulletin. Vol. 58, no. 633, pp. 47-54.

- [6]** Whittle, J. (1999). A decade of open pit mine planning and optimization — The craft of turning algorithms into packages. 28th APCOM Symposium, SMEAIME, Golden, Colorado, pp. 15-24.
- [7]** Whittle, J. (1998), Four-X User Manual, Whittle Programming Pty Ltd.
- [8]** Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., Newman, A. (2013). MineLib: a library of open pit mining problems. Annals of Operations Research, Volume 206, Issue 1, pp 93-114.
- [9]** Goycoolea, M., Moreno, E., Rivera, O. (2013). Direct optimization of an open cut scheduling policy, APCOM 2013 - Applications of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, pp. 424-432.
- [10]** MiningMath SimSched: [www.miningmath.com/software](http://www.miningmath.com/software). Retrieved on May 4th 2014.
- [11]** Wang, Q., Sevim, H. (1995). Alternative to parameterization in finding a series of maximum metal pits for production planning. Mining Engineering. pp. 178-182, 1995.
- [12]** Hanson, N., Hodson, D., Mullins, M. (2001). Skin Analysis in the Selection of Final Pit Limits. Strategic Mine Planning Conference, Perth, pp. 129-132.
- [13]** Rendu, J. M. (2008). An introduction to cut-off grade estimation, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.(SME), Colorado, USA.
- [14]** Whittle, J., Wharton, C. L. (1995). Optimizing Cut-off Grades, Proceedings of the Optimizing with Whittle Conference, Perth.
- [15]** Wolsey, L. A. (1998) Integer programming. New York: Wiley-Interscience.
- [16]** Beretta, F., Marinho, A. (2014). Impacts of Slope Angle Approximations on Pit Optimization. Submitted to the 8<sup>th</sup> Brazilian Congress of Surface Mining.
- [17]** Goodwin, G. C., Seron, M. M., Middleton, R. H., Zhang, M., Hennessy, B. F., Stone, M. S., Menabde, M. (2005). Receding horizon control applied to optimal mine planning. Automatica, Vol. 42 (8), pp. 1337-1342.

**[18]** Marinho, A. (2013). Surface Constrained Stochastic Life-of-Mine Production Scheduling. MSc. Thesis, McGill University, Montreal, Qc, 119 p.

**[19]** Lane, K. F. (1988). The Economic Definition of Ore, Cut-off grades in theory and practice. First Edition. Mining Journal Books Limited, London. 1988. 147 pp.

**[20]** Lane, K. F. (1997). The Economic Definition of Ore, Cut-off grades in theory and practice. Second Edition. Mining Journal Books Limited, London. 1997. 147 pp.